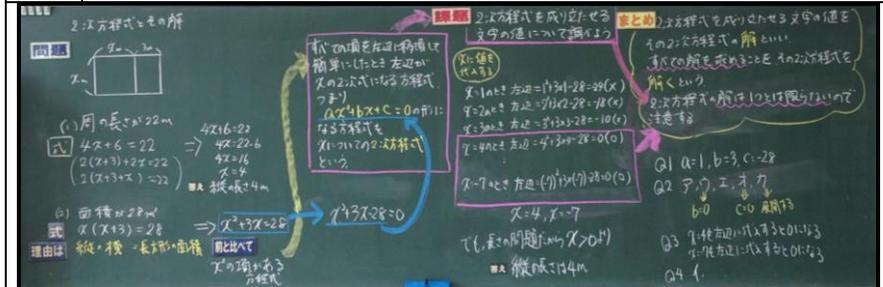


1	2次方程式と その解	【ねらい】2次方程式を成り立たせる文字の値を調べることを通して、2次方程式や2次方程式の解、2次方程式を解くことの意味を理解し、代入によって2次方程式の解を求めることができる。
---	---------------	--

**本時の役割について**  
 本時は、単元の導入で数当てゲームを行う。計算の結果から選んだ数を当てる中で、解が2つあることに気づき、2次方程式の必要性和意味を知ることとなる。また、1次方程式や連立方程式の学習をもとに、代入によって解を求めることで、2次方程式の解、2次方程式を解くことの意味を理解することが大切である。

時間	学 習 活 動	深い学びに迫るための指導
00	<b>&lt;問題把握&gt;</b> 次の手順で計算する。計算の結果が「9」になる時、最初に選んだ数は何になるだろうか。 <b>【計算の手順】</b> ① 10以下の整数を1つ選ぶ。 ② ①を2乗する。 ③ ②に①の2倍の数を加える。 ④ ③に1を加える。 ・選んだ数が「2」になるときがある。 ・それ以外にもあるのかな。 ・最初に選んだ数を $x$ とすると「 $x^2 + 2x + 1 = 9$ 」という等式ができる。	<b>1. 導入の工夫</b> ・どんなゲームかを把握するために、教師主導で進める。まず生徒に、最初に選んだ数をホワイトボードに書かせ、計算の結果を言ってもらおう。教師はホワイトボードを見ずに、計算の結果から最初に選んだ数を当てる。そのやりとりを数回した後、教師と生徒の立場を変え、生徒が当てるようにする。 ・そこで、教師は解が負の整数になる数を最初の数に選んでおく。生徒は10以下の整数を正の整数と思い込んでいるため、戸惑いが生じる。「解が1つではない」という思いをもって導入を進める。
07	<b>○用語「2次方程式」の定義をする。</b> すべての項を左辺に移項して簡単にしたとき、左辺が $x$ の2次式になる方程式、つまり、 $ax^2 + bx + c = 0$ の形になる方程式を $x$ についての2次方程式という。 <b>○<math>ax^2 + bx + c = 0</math>の形に式を変形する。</b> ・右辺の9を移項すると、 $x^2 + 2x - 8 = 0$	
15	<b>2次方程式を成り立たせる文字の値について調べよう。</b>	
30	<b>&lt;一斉指導&gt;</b> <b>○ <math>x</math> に値を代入して求める。</b> ・ $x = 1$ のとき、左辺 = $1^2 + 2 \times 1 - 8 = -5$ (×) $x = 2$ のとき、左辺 = $2^2 + 2 \times 2 - 8 = 0$ (○) $x = 3$ のとき、左辺 = $3^2 + 2 \times 3 - 8 = 7$ (×) ・ $x = 2$ のときに左辺 = 0になるので $x = 2$ が解である。 ・ $x = -4$ のときも、左辺 = $(-4)^2 + 2 \times (-4) - 8 = 0$ (○) となる。よって、この2次方程式の解は $x = 2$ と $x = -4$ である。	
40	<b>○用語「解」「解く」の定義をする。</b> 2次方程式を成り立たせる文字の値を、その2次方程式の解といい、すべての解を求めることを、その2次方程式を解くという。 <b>○知識の確かめ(教科書の問題を解く)</b> 2次方程式の意味と、代入によって2次方程式を解くことに関する知識の定着を図る。	
50		<b>2. 深めの発問</b> <b>2次方程式の解の個数を理解するための発問</b> 「2次方程式の解はいくつあるのだろうか。」と問うことで、解が2つあることを理解するとともに、解は2つ以上ないことを、因数分解の式から考えられるようにする。 <b>➡次時へつなげる</b>



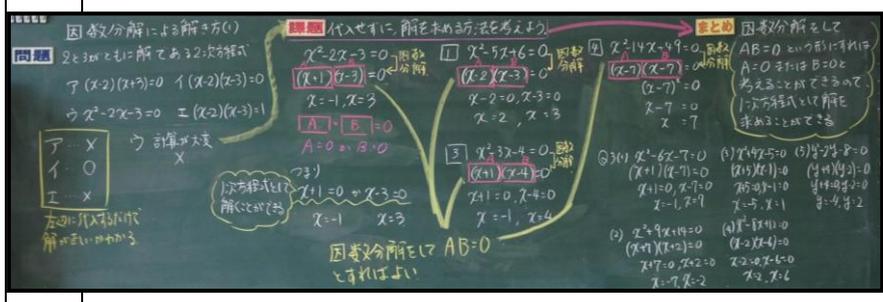
**【評価規準】〈知識・技能〉**  
 2次方程式の必要性和意味及び、その解の意味を理解している。知①

**2 因数分解による2次方程式の解き方(1)** 【ねらい】 定義の形である2次方程式の左辺が因数分解できることに気が付き、 $AB=0$ ならば $A=0$ または $B=0$ と考えることで、1元2次方程式を2つの1次方程式として帰着させて、解を求めることができる。

**本時の役割について**

本時は、前時の解を求める方法(代入)では手際が悪いことから、形式的な式操作によって解を求める場面である。この2次方程式の解法で、大切にしたいことは「次数を減らして1元1次方程式に帰着させる」である。本時は、その第1時として、因数分解によって1次式の積に変形することで、どちらか一方の因数が0であれば等式が成り立つということに気付かせ、1元1次方程式に帰着させることを大切にする。

時間	学 習 活 動	深い学びに迫るための指導
00	<p>&lt;問題把握&gt;</p> <p>次のア～エで、2と3がともに解である2次方程式はどれだろうか。</p> <p>ア <math>(x-2)(x+3)=0</math>    イ <math>(x-2)(x-3)=0</math>            ウ <math>x^2-2x-3=0</math>    エ <math>(x-2)(x-3)=1</math></p>	<p><b>1. 導入の工夫</b></p> <p>前時学習した、代入して解を求めることを確認する中で、この方法では合理的ではないことから課題化する。その中で、すでに因数分解してある2次方程式とそうでないもの进行比较する中で、因数分解してあるものの因数のどちらか一方が0であれば、等式が成り立つ考えに気付くことができるようにする。</p> <p><b>2. 深めの発問</b></p> <p><b>2次方程式の解の個数を理解するための発問</b></p> <p>前時に続き「2次方程式の解はいくつあるのだろうか。」と問うことで、因数が2つだから、解は2つだと理解できるようにする。また、2次方程式の解法では「次数を減らして1元1次方程式に帰着させる」という考えができるようにする。</p>
07	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>x</math> に2と3をそれぞれ代入して、左辺=右辺になればよい。</li> <li>・ イは<math>x</math> に2を代入しても3を代入しても左辺=右辺になる。</li> <li>・ ア, イ, エは代入したら計算の結果がすぐにわかる。特に、アとイは右辺が0だから簡単だ。</li> <li>・ ウに代入して計算するのは大変だ。</li> </ul>	
12	<p>代入せずに、解を求める方法を考えよう。</p> <p>&lt;一斉指導&gt;</p> <p>○因数分解による方法を考える。</p> <p>・ <math>x^2-2x-3=0</math>  <math>(x+1)(x-3)=0</math>    <math>x=-1</math>と <math>x=3</math></p> <p>○どのような考え方をしたのかを明らかにする。</p> <p>・ <math>(x+1)(x-3)=0</math>            積が0になるためには、因数のどちらか一方が0でなければならない。つまり、<math>x+1=0</math>か <math>x-3=0</math>である。そうすると、1元1次方程式として求めることができるので、<math>x=-1</math>か <math>x=3</math>になる。解はこれ以外にはない。</p>	
20	<p>&lt;個人追究&gt;</p> <p>○教科書の問題を解く。</p> <p><math>x^2-14x+49=0</math>  <math>(x-7)(x-7)=0</math>  <math>(x-7)^2=0</math>  <math>x-7=0</math>  <math>x=7</math></p> <p>○2次方程式は、ふつう解が2つあるが、このように解が1つだけのものもあることを説明する。</p>	
35	<p>2次方程式を因数分解することによって一元一次方程式に帰着して解を求めることができる</p>	
50		



**【評価規準】〈知識・技能〉**  
 定義の形の2次方程式を因数分解し、 $AB=0$ ならば $A=0$ または $B=0$ と考えることで、1次方程式に帰着させて2次方程式を解くことができる。知②

<b>3</b>	<b>因数分解による 2次方程式の解 き方(2)</b>	<b>【ねらい】</b> 2次方程式を因数分解して解くために、項を次数の高い順に並び替えたり、等式の性質を使って係数を小さくしたりするなど工夫して解くことができる。
----------	--------------------------------------	--

**本時の役割について**

本時は、前時に学習した「因数分解によって1次式の積に変形し、「 $AB=0$ ならば $A=0$ または $B=0$ 」であることを用いる方法を基に、「共通因数でくくり出すこと」「因数分解の公式」「等式の性質」「展開の公式」といった既習の技能を問題に活用していく場面である。よって、「思考力・判断力・表現力」に重きを置いた授業展開を考えることとする。授業を展開する中で、どの問題も「次数を減らして1元1次方程式に帰着させる」という考え方を基にしていることを継続して大切にしていこう。

時間	学 習 活 動	深い学びに迫るための指導
----	---------	--------------

00 <問題把握>

【1】 次の2次方程式は、 $ax^2 + bx + c = 0$ の $a, b, c$ がそれぞれどんな数のときだろうか。  
 ア  $x^2 - 3x = 0$       イ  $x^2 - 9 = 0$

【2】 次の2次方程式を解いてみよう。  
 ア  $30x - 5x^2 = 40$       イ  $(x+1)(x-2) = 4$

- ・【1】のアは、 $c$ が0の2次方程式だ。
- ・【1】のイは、 $b$ が0の2次方程式だ。
- ・前回のよう左辺を因数分解して解くことができないかな。
- ・【1】のアは共通の因数である。【1】のイは因数分解の公式 $x$ でくくると、 $x(x-3) = 0$        $4$ で考えると、 $(x+3)(x-3) = 0$   
 $x = 0$ と  $x = 3$        $x = -3$ と  $x = 3$

10 いろいろな2次方程式の解を、因数分解して求められるようにしよう。

<個人追究・一斉指導>

- ・【2】のアの右辺を移項して、 $ax^2 + bx + c = 0$ の形に並び替える。

$$-5x^2 + 30x - 40 = 0$$

$$-5$$
でくくると、  

$$-5(x^2 - 6x + 8) = 0$$

$$-5(x-4)(x-2) = 0$$

$$x = 4$$
と  $x = 2$

$$-5x^2 + 30x - 40 = 0$$
 両辺を $-5$ でわる  

$$(x^2 - 6x + 8) = 0$$

$$(x-4)(x-2) = 0$$

$$x = 4$$
と  $x = 2$

- ・【2】のイの左辺を展開し右辺を移項して、 $ax^2 + bx + c = 0$ の形に並び替える。

$$x^2 - x - 2 - 4 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0$$

$$x = 3$$
と  $x = -2$

35 ○アで両辺を $-5$ でわった理由を明らかにする。  
 ・等式の性質が成り立つから両辺を同じ数でわってもいい。  
 50 ・ $a$ の係数が1の方が因数分解しやすい。

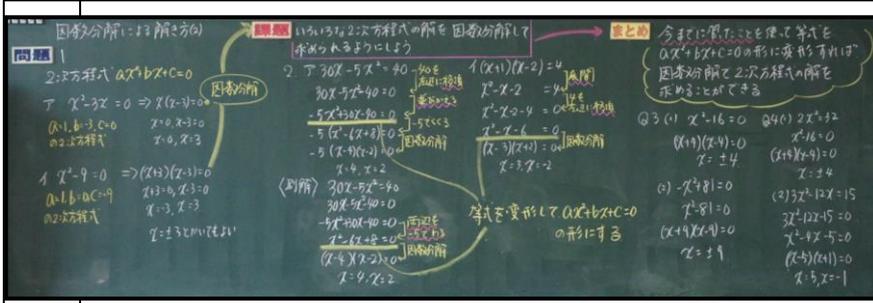
**1. 導入の工夫**

【問題1】において $ax^2 + bx + c = 0$ の形になる方程式を2次方程式ということを確認する中で、 $b$ や $c$ が0の2次方程式だと気付かせる。次に、【問題2】において等式の性質や展開の公式を使うものを扱う。このときも2次方程式の形を意識させながら問題に取り組めるようにする。

**2. 深めの発問**

**a=1 にすれば因数分解できることを理解する発問**

【2】のアについて「なぜ $-5$ でくくったり割ったりするのですか。」と問い、どの問題においても、係数を $a=1$ にしていることを理解できるようにする。また、既習の技能を活用すれば、1元1次方程式に帰着して解けることを実感できるようにする。



**【評価規準】〈思考・判断・表現〉**  
 能率的に解くために、計算法則や等式の性質を用いて定義の形にし、左辺を因数分解する。2次方程式の解き方を考えることができる。思①

<b>4</b>	<b>平方根の考えを使った2次方程式の解き方</b>	<b>【ねらい】</b> 因数分解を使って解けない2次方程式を考えるなかで、2次方程式を $x^2 = k$ または $(xの1次式)^2 = k$ の形にすることで、平方根の考えを使うことができると気づき、1次方程式として解くことができる。
----------	----------------------------	---

**本時の役割について**  
 本時は、因数分解を使って解けない2次方程式を考える中で、新たな2次方程式の解法を考える場面である。本時も、「次数を減らして1元1次方程式に帰着させる」という考え方を基に、どのようにすれば次数が減るのかを考える中で、平方根の定義とつなげ、「 $k$ の平方根」を求めることは、「2次方程式 $x^2 = k$ 」を解くことであると気付けるようにする。 $(xの1次式)^2 = k$ の形の2次方程式も、この考え方と同様にして平方根の考えを使って解くことができる。また、 $ax^2 + bx + c = 0$ の形の2次方程式も、平方の形に変形すれば平方根の考えで解くことができる。これは次時に「解の公式」を導く過程においても、とても大切な解法である。

時間	学 習 活 動	深い学びに迫るための指導
00	<b>&lt;問題把握&gt;</b> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">           【1】 2次方程式<math>x^2 - 3 = 0</math> を解いてみよう。            【2】 <math>(x - 3)^2 = 5</math> を解いてみよう。            【3】 <math>x^2 + 6x = 1</math> の解き方を考えよう。         </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>・【1】 因数分解ができない。</li> <li>・<math>-3</math>を右辺に移項すれば平方根の考えを使って解けないか。  <math>x^2 - 3 = 0</math> <math>-3</math>を右辺に移項して  <math>x^2 = 3</math> <math>x</math>の値は、「2乗して3になる数」である。            だから、<math>x</math>の値は「3の平方根」を考えればよい。  <math>x = \pm\sqrt{3}</math></li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;">           2次方程式を、平方根の考えを使って解く方法を考えよう。         </div>	<b>1. 導入の工夫</b> 【1】は有理数の範囲では因数分解できそうにないことから、平方根を利用した考え方をする必要がありそうなことを確認する。そして、どのようにすれば次数を減らせるのかを考える中で、「2乗して3になる数」は、「3の平方根」であったことを想起させ、「 $k$ の平方根」を求めることは、「2次方程式 $x^2 = k$ 」を解くことと同様であることに気付けるようにする。また【2】のような $(xの1次式)^2 = k$ の形の2次方程式は、「多項式」の単元で、 $a + b$ をAと置き換えて考えたことを基にして、「2次方程式 $x^2 = k$ 」を解くことと同様であることに気付けるようにする。  <b>2. 深めの発問</b> $(x + p)^2 = q$ の形にすればよいことを理解する発問 「なぜ両辺に9を足すのか。」と問い、両辺に9を加える目的について考え、 $(x + p)^2 = q$ の形を導くために式操作を行っていることについての理解を深める。また、 $x$ の係数を変えた2次方程式をいくつか提示し、一般化を図る。
10	<b>&lt;一斉指導&gt;</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>・【2】 <math>(x - 3)^2 = 5</math> <math>x - 3</math>の値は「2乗して5になる数」である。            だから、<math>x - 3</math>の値は「5の平方根」を考えればよい。  <math>x - 3 = \pm\sqrt{5}</math> <math>-3</math>を右辺に移項すれば、  <math>x = 3 \pm\sqrt{5}</math></li> <li>・<math>(xの1次式)^2 = k</math>の形にすれば解くことができる。</li> <li>・【3】 <math>x^2 + 6x = 1</math> の両辺に<math>(\frac{xの係数}{2})^2</math>つまり、<math>(\frac{6}{2})^2 = 9</math>を加えると、  <math>x^2 + 6x + 9 = 1 + 9</math> 左辺を因数分解すると、  <math>(x + 3)^2 = 10</math> <math>x + 3</math>の値は「2乗して10になる数」である。            だから、<math>x + 3</math>の値は「10の平方根」を考えればよい。  <math>x + 3 = \pm\sqrt{10}</math> <math>+3</math>を右辺に移項すれば、  <math>x = -3 \pm\sqrt{10}</math></li> </ul>	
35	<ul style="list-style-type: none"> <li>・この解も代入すると成り立つから正しい。</li> </ul>	
50	<ul style="list-style-type: none"> <li>○この計算が正しいことを面積図で確認する。</li> </ul>	

The image shows handwritten mathematical work. On the left, it discusses solving  $x^2 - 3 = 0$  by moving  $-3$  to the right to get  $x^2 = 3$ , then taking the square root to get  $x = \pm\sqrt{3}$ . In the middle, it solves  $(x-3)^2 = 5$  by taking the square root to get  $x-3 = \pm\sqrt{5}$ , then adding 3 to get  $x = 3 \pm\sqrt{5}$ . On the right, it solves  $x^2 + 6x = 1$  by adding  $9$  to both sides to complete the square, resulting in  $(x+3)^2 = 10$ , then taking the square root to get  $x+3 = \pm\sqrt{10}$ , and finally  $x = -3 \pm\sqrt{10}$ . At the bottom, there are several area diagrams (squares and rectangles) used to verify the algebraic steps, such as showing that  $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$  by drawing a square with side length  $x+3$  and dividing it into smaller squares and rectangles.

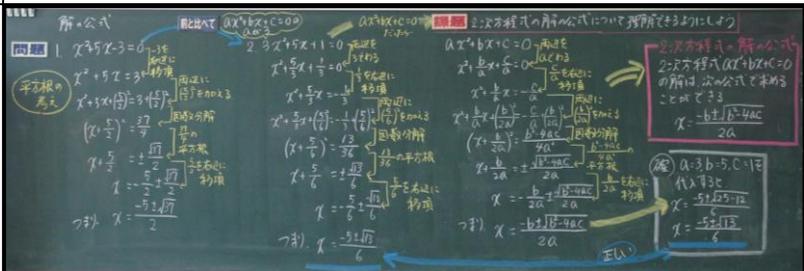
**【評価規準】〈知識・技能〉**  
 2次方程式を $x^2 = k$ または $(xの1次式)^2 = k$ の形にし、平方根の考えを使って解くことができる。知②

5	2次方程式の解の公式	<p><b>【ねらい】</b> 2次方程式<math>ax^2 + bx + c = 0</math>の<math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math>がどんな値であっても解を求める方法はないか考えることを通して、<math>ax^2 + bx + c = 0</math>を<math>x</math>について解くことで公式を導けることに気づき、公式の<math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math>に値を代入すれば解を求められるという見方ができる。</p>
---	------------	--

**本時の役割について**  
 本時は、前回学習した「平方の形に変形することによって、平方根を求めることに帰着させて解くことができる。」ことを基に、解の公式を導く場面である。前時までに $ax^2 + bx + c = 0(a = 1)$ の解を平方根の考えを使って解いてきた。本時は $a$ が1ではないものを扱い、平方根の考え方を使って解を求める。等式の性質を使って両辺を $a$ で割る操作が増えてくるだけで、前時と同様に式変形をすれば解を求めることができることを理解する。これまでの学習内容から具体的な数であるならば解を求めることができることを理解し、どんな数でも求めることができることを明確にするために $a$ ,  $b$ ,  $c$ と文字に置き一般化していく。また、 $ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$ をこれまでの考えを使って解けば一般化された公式を導くことができるのではないかと、という考えに至らせていく。

時間	学 習 活 動	深い学びに迫るための指導
----	---------	--------------

00	<p>&lt;問題把握&gt;</p> <p><b>【1】</b> 2次方程式<math>3x^2 + 5x + 1 = 0</math>を解いてみよう。</p> <p>○今までと同じように解く方法を考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>a</math>が3になっている。</li> <li>両辺を3でわれば、同じように解ける。</li> </ul> $3x^2 + 5x + 1 = 0 \quad \text{両辺を3で割る}$ $x^2 + \frac{5}{3}x = -\frac{1}{3} \quad \text{両辺に、}\left(\frac{5}{6}\right)^2\text{を加える}$ $x^2 + \frac{5}{3}x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 = -\frac{1}{3} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \quad \text{左辺を因数分解する}$ $\left(x + \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{13}{36}$ <p>平方根の考えを使う</p> $x + \frac{5}{6} = \pm \frac{\sqrt{13}}{6} \quad x = -\frac{5}{6} \pm \frac{\sqrt{13}}{6} \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$	<p><b>1. 導入の工夫</b></p> <p>前時に<math>(x+p)^2 = q</math>の形にして平方根の考えを使って解いたことを確認する中で、<math>3x^2 + 5x + 1 = 0</math>を平方根の考えを使って解くとよいという見通しをもたせる。ただし、<math>a</math>が3であり<math>b</math>が分数になるため、操作や処理が複雑になっている。始めに両辺を<math>a</math>で割ること以外は前時の式変形と同様にすれば解を求めることができることを実感する。一般化するために<math>ax^2 + bx + c = 0</math>の解を求めるときでも同様な式変形を行えば解を求めることができることを理解する。</p>
10	<p><b><math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math>がどんな値でも解くことができると言いきるためには、どうすればよいだろうか。</b></p> <p>&lt;個人追究&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math>に今まで解いたことのない数を代入して解く。</li> <li><math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math>のまま解くことで解を導く。</li> </ul> $ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{両辺を } a \text{ で割る}$ $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \quad \text{両辺に}\left(\frac{b}{2a}\right)^2\text{を加える}$ $x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \quad \text{左辺を因数分解すると,}$ $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad \text{平方根の考えを使う}$ $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	<p><b>2. 深めの発問</b></p> <p><b>【1】に代入することで解の公式を理解する場を設定する</b></p> <p>実際に解の公式を使って、本時や前時の問題に取り組み解が等しくなることを通して、解の公式の整合性や正確性、利便性を実感できるようにする。</p>
35	<p>○解の公式の求め方で理解できない点を交流する。</p>	
50	<p><b>【2次方程式の解の公式】</b></p> <p>2次方程式<math>ax^2 + bx + c = 0</math>の解は、次の公式で求めることができる。</p> $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ <p>○解の公式について理解を深める問題を解く。</p>	



<p><b>【評価規準】〈知識・技能〉</b></p> <p>解の求め方を一般化するためにそれぞれの係数を<math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math>と置けばよいことに気づき、解の公式を求めることができる。知③</p>
---

6	解の公式を使った2次方程式の解き方	【ねらい】 2次方程式の解の公式を使って解くことを通して、どんな2次方程式でも解の公式が使えることがわかるとともに、いろいろな2次方程式をどのような解き方が能率よく解けるか見通しをもち、正確に解くことができる。
---	-------------------	---

**本時の役割について**

本時は、2次方程式の解の公式をいろいろな問題に活用する場面である。また、因数分解や平方根の考え、解の公式のどれを使うかを判断して解く問題を扱うことで、今まで学習した2次方程式の解法を活用できるようにする。

時間	学 習 活 動	深い学びに迫るための指導
00	<p>&lt;問題把握&gt;</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2次方程式<math>3x^2 - 8x + 2 = 0</math>を、解の公式を使って解きなさい。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>a = 3, b = -8, c = 2</math>なので、代入すればよい。</li> <li>・ <math>b = -8</math>を代入する時に「-」をどう処理すればいいのかな。</li> </ul>	<p><b>1. 導入の工夫</b></p> <p>最初の問題で、「解の公式」を記した掲示物を位置付け、いつでも公式を確認できるようにする。また、<math>a, b, c</math>の値が何かを明確にさせながら、解の公式を使うように示し、正確に使えるようにする。</p>
7	<p style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>a, b, c</math>の値を明らかにして、解の公式を使って2次方程式を解こう。</p> <p>&lt;個人追究・全体交流&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>a = 3, b = -8, c = 2</math>を解の公式に代入すればできる。</li> </ul> $x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3} \quad x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 24}}{6} \quad x = \frac{8 \pm \sqrt{40}}{6}$ $x = \frac{8 \pm 2\sqrt{10}}{6} \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$	
20	<p style="border: 1px solid black; padding: 5px;">【計算処理で注意すること】※数学的な技能</p> <p>①「-<math>b</math>」を代入する時の「-」    ②<math>a\sqrt{b}</math>の形に直すこと ③約分する時の分子・分母</p>	<p><b>2. 深めの発問</b></p> <p><b>解が有理数になる時がどんな場合の時を考える</b></p> <p>「解が有理数になるのが分かるのは、どの段階の時かな。」 「根号の中の数がどんな時に整数になるのかな。」などと問い、2次方程式の解は無理数だけでなく、有理数になる場合があることを理解する。</p>
25	<p>○解が有理数になる問題に取り組む。</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2次方程式<math>2x^2 + 3x - 2 = 0</math>を、解の公式を使って解きなさい。</p>	
30	<p>&lt;全体交流&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>a = 2, b = 3, c = -2</math> を解の公式に代入すればできる。</li> </ul> <p>○解の公式の根号の中が2乗の数になる時は、解が有理数になる。</p> <p>&lt;個人追究&gt;</p>	
50	<p>○上記の数学的な技能をもとに、多くの問題に取り組む。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 教科書、ワークで技能の定着を図る。</li> </ul>	

解の公式を使った2次方程式の解き方

問題1  $3x^2 - 8x + 2 = 0$

前と比べて  
解の公式  
 $a x^2 + b x + c = 0$   
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

解の公式を使うには、 $a, b, c$ の値を明らかにすればいい!

問題  $a, b, c$ の値を明らかにして  
解の公式を使って2次方程式を解こう。

$a = 3, b = -8, c = 2$

$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3}$   
 $= \frac{8 \pm \sqrt{64 - 24}}{6}$   
 $= \frac{8 \pm \sqrt{40}}{6}$   
 $= \frac{8 \pm 2\sqrt{10}}{6}$   
 $= \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

$a\sqrt{b}$ の形に直す! 約分に注意!

問題2  $2x^2 + 3x - 2 = 0$

$a = 2, b = 3, c = -2$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2}$   
 $= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4}$   
 $= \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4}$   
 $= \frac{-3 \pm 5}{4}$   
 $x = \frac{-3 + 5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$   
 $x = \frac{-3 - 5}{4} = \frac{-8}{4} = -2$

解が有理数

2乗の  
どんな2次方程式でも解の公式を使って解くことができれば、根号の中の式( $b^2 - 4ac$ )が2乗の形になれば、解は有理数になる。

83  
(1)  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}$  (2)  $x = \frac{2 \pm \sqrt{17}}{5}$   
(3)  $x = 2 \pm \sqrt{10}$  (4)  $x = 2, x = -\frac{1}{2}$   
(5)  $x = 3$  (6)  $x = \pm 3\sqrt{5}$   
(7)  $x = 0, x = 2$  (8)  $x = -2$

**【評価規準】〈知識・技能〉**

どんな2次方程式でも解の公式が使えることがわかるとともに、いろいろな2次方程式を数学的な技能を用いて、正確に処理することができる。知③

7	2次方程式の いろいろな解き方	【ねらい】いろいろな2次方程式を、どのような解き方が能率よく解けるか見通しをもち、因数分解の考え・平方根の考え・解の公式を使った解き方について説明することができる。
---	--------------------	--

**本時の役割について**

本時は、因数分解や平方根の考え、解の公式のどれを使うかを判断して解く問題を扱うことで、今まで学習した2次方程式の解法を活用できるようにする。また、3つの解法のよさを考える中で、どのような解き方が能率よく解けるかを見通しをもって解けるようにすることも大切である。

間違っている解き方はないので、どんなよさがあるのか、どんな見通しをもって解いたのかを説明する場を設定し、思考が可視化できるようにする。

時間	学 習 活 動	深い学びに迫るための指導
00	<p>&lt;問題把握&gt;</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2次方程式<math>(x+2)^2 - 49 = 0</math>をいろいろな解き方で解きなさい。</div> <ul style="list-style-type: none"> <li>・(1次式)<sup>2</sup>があるので、平方根の考えが使えないかな。</li> <li>・解の公式を使えば、どんな問題でも解くことができるぞ。</li> </ul>	<p><b>1. 導入の工夫</b></p> <p>最初の問題で、解の公式以外の2次方程式の解き方を確認する。これまでに学習した3つの解き方(因数分解・平方根・解の公式)のどれを選択したのかをはっきりさせることを確認して、課題化を図る。</p> <p><b>2. 深めの発問</b></p> <p><b>能率的に解くことのよさを理解する</b></p> <p>「2次方程式は、どんな問題でも解の公式を使って解けばよいのですか。」と問い、問題によっては、因数分解したり平方根の考えを使ったりする方がよいことを理解する。</p>
7	<p>どんな解き方をすれば、手際よく2次方程式が解けるだろうか。</p> <p>&lt;個人追究・全体交流&gt;</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p><b>【解の公式】</b></p> <math display="block">x^2 + 4x + 4 - 49 = 0</math> <math display="block">x^2 + 4x - 45 = 0</math> <p><math>a = 1, b = 4, c = -45</math> を解の公式に代入すると、</p> <math display="block">x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 180}}{2} \quad x = \frac{-4 \pm \sqrt{196}}{2}</math> <math display="block">x = \frac{-4 \pm 14}{2} \quad x = -2 \pm 7</math> <math display="block">x = -9, x = 5</math> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p><b>【平方根の考え】</b></p> <math display="block">(x+2)^2 - 49 = 0</math> <math display="block">(x+2)^2 = 49</math> <math display="block">x+2 = \pm 7</math> <math display="block">x = -2 \pm 7</math> <math display="block">x = 5, x = -9</math> </div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p><b>【因数分解】</b></p> <math display="block">x^2 + 4x + 4 - 49 = 0</math> <math display="block">x^2 + 4x - 45 = 0</math> <math display="block">(x-5)(x+9) = 0</math> <math display="block">x = 5, x = -9</math> </div>	
30	<p>○それぞれの考え方のよさを考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・解の公式はどんな場合でも形式的に解くことができる。</li> <li>・この問題は因数分解や平方根の考えを利用した方が速く解ける。</li> </ul> <p>○教科書の問題に取り組み、解き方を選んだ理由を説明する</p>	
35	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>解の公式だと、公式に値を代入すればどれも同じ解き方できるが、計算が難しくなることがある。また、因数分解や平方根の考えが使えるものだと、速く簡単に解けるものもある。問題によってどの解き方が適当か考える必要がある。</p> </div>	
50		

<p><b>【評価規準】〈思考・判断・表現〉</b></p> <p>いろいろな2次方程式をどのような解き方が能率よく解けるか見通しをもち、正確に解くことができる。また自分の解いた過程を説明することができる。思①</p>
---

8	たしかめよう(練習)
---	------------

<b>9</b>	<b>数に関する問題</b>	<b>【ねらい】</b> 数に関する問題を通して、方程式を使って問題を解く手順をもとに、2次方程式を使った問題を解決することができる。また、数の条件(変域)によって、解の確かめを行う必要があることを理解する。
----------	----------------	--

**本時の役割について**

本時は、2次方程式を使って文章問題を解決する場面の第1時である。1次方程式や連立方程式の単元において、「方程式を使って問題を解く手順」については既習であるため、それを基にして、文章問題を解決できるようにする。また、立式ができれば、2次方程式の解法である「因数分解」「平方根の考え」「解の公式」を利用していく場面でもある。よって、「思考力・判断力・表現力」に重きを置いた授業展開を考えることとする。ただし、文章問題を解決する場面では、解を求める中で問題の条件を十分考える必要があるため、2次方程式を解くことも大切に扱っていく。

時間	学 習 活 動	深い学びに迫るための指導
00	<p>&lt;問題把握&gt;</p> <p>大小2つの整数がある。その差は7で、積は120になる。この2つの整数を方程式をつくって求めよう。</p> <p>&lt;一斉指導&gt;</p> <p>○方程式を使って問題を解く手順を確認する。</p>	<p><b>1. 導入の工夫</b></p> <p>既習の1次方程式や連立方程式の利用の問題をどのように解いたかを確認する。その際に、「方程式を使って問題を解く手順」を記した掲示物をデジタル教科書で位置付ける。手順を確認した後で課題化を図る。</p> <p><b>2. 深めの発問</b></p> <p><b>解の確かめの必要性を実感する場を設定する</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>問題に抵抗がある生徒や手順を実際に活用できない生徒もいるため、最初の問題に関しては、一斉指導の中で、教師が「方程式を使って問題を解く手順」と照らし合わせながら解決していく援助をし、表記の仕方も確認する。次の問題では、「自然数とはどのような数か」と発問し、この問題には数の範囲(変域)があることに気付けるようにすると共に、解の確かめをする必要性を実感できるようにする。</li> <li>問題の答えとしてよいか判断するために、xの条件を吟味していること、問題の答えとしてふさわしいことを確認することを示す。</li> </ul>
7	<p><b>【方程式を使って問題を解く手順】</b></p> <p>① わかっている数量と求める数量を明らかにし、何をxにするかを定める。</p> <p>② 等しい関係にある数量を見つけて方程式をつくる。</p> <p>③ この方程式を解く。</p> <p>④ 方程式の解を問題の答えとしてよいかどうかを確かめ、答えを決める。</p>	
20	<ul style="list-style-type: none"> <li>小さいほうの整数をxとすると、大きいほうの整数はx+7と表せる。</li> <li>積が120であることから、<math>x(x+7)=120</math>という方程式ができる。</li> <li><math>x^2+7x-120=0</math>の左辺を因数分解すると、<math>(x+15)(x-8)=0</math>だから、<math>x=-15, x=8</math></li> <li><math>x=-15</math>のとき、大きい方の数は-8で成り立つ。 <math>x=8</math>のとき、大きい方の数は15で成り立つ。</li> </ul> <p>従って、-15と-8、8と15はそれぞれ問題の答えとしてよい。</p> <p>2次方程式を使った問題を、手順に従って解決できるようにしよう。</p> <p>&lt;類似問題を提示&gt;</p> <p>連続する2つの自然数を考え、それぞれの2乗の和が41になる場合があるかどうか調べよう。</p>	
25	<p>&lt;個人追究・全体交流&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>小さいほうの自然数をxとすると、 <math>x^2+(x+1)^2=41</math> <math>2x^2+2x-40=0</math> <math>x^2+x-20=0</math> <math>(x+5)(x-4)=0</math> <math>x=-5, x=4</math> xは自然数なので、-5は問題の答えとすることができない。</li> </ul>	
50	<p>x=4のとき、大きいほうの自然数は5で、4と5は問題の答えとしてよい。</p>	

Handwritten student work showing the solution to the problem. It includes the problem statement, the equation  $x(x+7)=120$ , the factored form  $(x+15)(x-8)=0$ , and the solutions  $x=-15$  and  $x=8$ . It also shows the verification of the solutions and the final answer:  $x=8$  and  $x+7=15$ .

**【評価規準】〈思考・判断・表現〉**

数に関する問題を解決するための考え方と方程式を使って問題を解く手順を基に、2次方程式を使った問題を解決することができる。思②

10	図形に関する問題	【ねらい】図形に関する問題を通して、方程式を使って問題を解く手順をもとに、2次方程式を使った問題を解決することができる。また、数の条件(変域)によって、解の確かめを行う必要があることを理解する。
----	----------	---

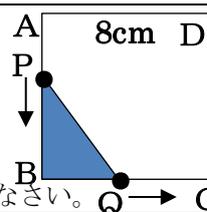
**本時の役割について**

本時は、与えられた図から点の動きを読み取り、 $\triangle PBQ$ の面積の変化のようすを捉えていく問題に取り組む。この問題の考え方として、式をつくることに焦点をあてたい。3年間関数領域を学習してきた、表から式をつくることには十分慣れていると考えられる。そこで、立式することに重きを置きたい。よって「思考力・判断力・表現力」に重きを置いた授業展開を考えることとする。立式する中で、2次方程式を活用するよさに気付けるようにする。

時間	学 習 活 動	深い学びに迫るための指導
----	---------	--------------

00 <問題把握>

右の図のような正方形ABCDで、点PはAを出発して辺AB上をBまで動く。また点Qは、点PがAを出発するのと同時にBを出発し、Pと同じ速さで辺BC上をCまで動く。 $\triangle PBQ$ の面積が $4\text{cm}^2$ になるのは、点PがAから何cm動いたときか求めなさい。



- $\triangle PBQ$ の面積は「 $BQ \times BP \div 2$ 」で求められる。
- APの長さとはBQの長さは等しいので $AP = x$ とすると、 $BQ = x$ となる。
- PBの長さは、「 $8 - x$ 」と表せる。

10 △PBQの面積の変化の様子を表す式をつくって捉えよう。

<個人追究・全体交流>

- $AP = BQ = x\text{cm}$ ,  $PB = 8 - x$  とする。
- $x(8 - x) \times \frac{1}{2} = 4$      $x^2 - 8x + 8 = 0$
- $x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 8}}{2} = 4 \pm 2\sqrt{2}$
- $0 < x < 8$  より、2つの解はどちらも問題の答えとしてよい。

答.  $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$  と  $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$

25 <発展問題を提示>

△DPQの面積が $24\text{cm}^2$ になる時のxの値を求めなさい。

<個人追究・全体交流>

- 台形ABQD -  $\triangle APD$  -  $\triangle PBQ = 24$  という式をつくる。
- $(x + 8) \times 8 \times \frac{1}{2} - x \times 8 \times \frac{1}{2} - x(8 - x) \times \frac{1}{2} = 24$
- $x^2 - 8x + 16 = 0$      $(x - 4)^2 = 0$     答.  $4\text{cm}$

50 点が動く問題では、まず、面積の変化のようすを見ていけばよいことが分かった。発展問題は難しかったけど、式をつくっていくと2次方程式になったので、こんな問題にも活用できると知って嬉しかったです。

**1. 導入の工夫**

デジタル教科書で、点Pが動く様子を捉えられるようにする。APを $x$ としても、 $\triangle PBQ$ に関係のない辺なので、PBやBQの長さを $x$ を使って表すことを確認して、課題化を図る。

**2. 深めの発問**

・解の確かめの必要性を実感する場を設定する

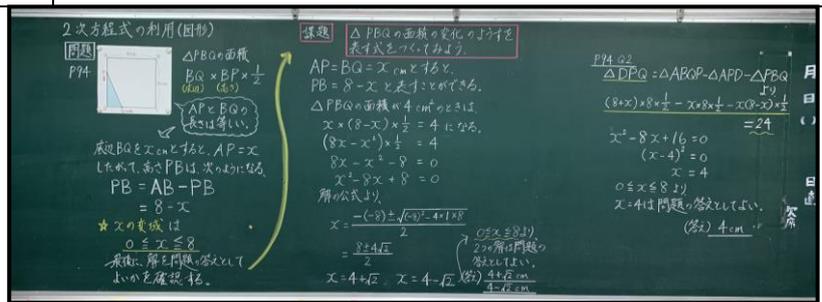
「 $x = 4 \pm 2\sqrt{2}$  この解の答えはどちらですか。」と問う。前時に引き続き、求めた解を問題の答えとしてよいかは問題の条件に合わせて確かめないといけない。この問いに対する答えは「どちらも答えとしてよい。」だが、揺さぶる問いをすることで、生徒の変域による捉えを意識できるようにしたいと考えている。

・2次方程式を活用できる問題に取り組む

発展問題として、左記の問題に取り組む。考え方を示した後で、自分で考える時間を十分にとりたい。2次方程式が活用できるよさを実感できるようにする。

**【評価規準】〈思考・判断・表現〉**

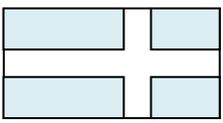
図形に関する問題を解決するための考え方(立式)をもとに、2次方程式を使った問題を解決することができる。思②

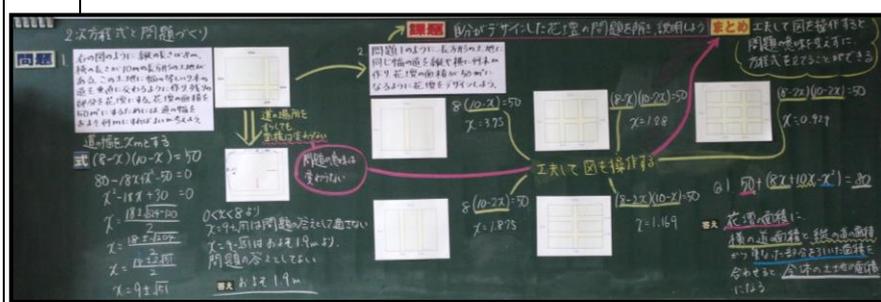


**11 通路の幅を決めよう** 【ねらい】 問題の意味を変えずに方程式を立式しやすいように工夫できることに気づき、2次方程式を用いて、解の確かめを意識して題意に適した答えを求め、説明することができる。

**本時の役割について**

本時は本単元の最後の学習で、1つの問題をもとにしていろいろな問題を考える場面である。その際に、問題の意味を変えずに方程式を立式しやすいように工夫したり、2次方程式を使って解決するための考え方やその手順を説明したりすることができることが大切である。よって、「数学的な見方や考え方」に重きを置いた授業展開を考えることとする。もちろん、本時も今までに学習した2次方程式の解法や解の確かめを大切に扱う必要がある。

時間	学 習 活 動	深い学びに迫るための指導
00	<p>&lt;問題把握&gt;</p> <p>【1】 右の図のように、縦の長さが8m、横の長さが10mの長方形の畑がある。この畑に幅の等しい2本の通路を垂直に交わるように作り、通路以外の部分に野菜の苗を植える。苗を植える部分の面積を48㎡にするためには、通路の幅を何mにすればよいただろうか。</p> 	<p><b>1. 導入の工夫</b></p> <p>通路の部分動かせる画用紙を作成しておき、「通路の幅を端に寄せる」考え方が想起しやすいようにする。</p> <p>生徒から考えが出なければ「苗の面積を1つにすることはできないかな」と問うようにする。</p>
10	<p>・求める数量は「通路の幅」なので、通路の幅を <math>x</math> m とする。</p> <p>・通路を端に寄せて考えれば、式が立てやすい。</p> <p>畑の面積から式をつくり、通路の幅を求め方を説明しよう。</p> <p>&lt;個人追究・全体追究&gt;</p> <p>・道の幅を <math>x</math> m とすると、2本の道を右や下に平行に移動しても、2本の道全体の面積は変わらない。よって、縦 <math>(8-x)</math> m、横 <math>(10-x)</math> m の長方形の面積が <math>48\text{m}^2</math> になればよいかから、  <math>(8-x)(10-x) = 48</math> という式になる。  展開して右辺を0にして整理すると、  <math>x^2 - 18x + 32 = 0</math>    <math>(x-2)(x-16) = 0</math>  <math>0 &lt; x &lt; 8</math> だから <math>x = 16</math> は問題の答えとすることはできない。  <math>x = 2</math> は問題の答えとすることができる。 <b>答 2m</b></p>	<p><b>2. 深めの発問</b></p> <p><b>自分のデザイン(考え)を説明する場を設定する</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>前半部分を早めに進め、苗の面積を自分でデザインする時間を多くとりたい。</li> <li>交流する時は、下記の①②を視点とする。</li> </ul>
25	<p>【2】 【1】 のように、長方形の畑に同じ幅の通路を縦や横に何本か作り、苗の面積が <math>48\text{m}^2</math> になるようにデザインしよう。</p> <p>&lt;個人追究・全体交流&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>道は同じ幅で、縦や横に何本か作る。</li> <li>自分がデザインした花壇の道の幅を求める。</li> <li>自分がデザインした花壇の図を互いに説明し合う。</li> <li>他の生徒がデザインした問題を解く。</li> </ul>	<p>①自分の図からどんな式が立式できるか。</p> <p>②求めた解は問題に適しているのか。</p> <p>・この活動を通して、多様な考え方に触れることができるようにする。</p>
30		
50		



**【評価規準】〈思考・判断・表現〉**  
問題の意味を変えずに方程式を立式しやすいように工夫して考え、通路の幅の求め方を説明することができる。思②

**12 3章をふり返ろう**